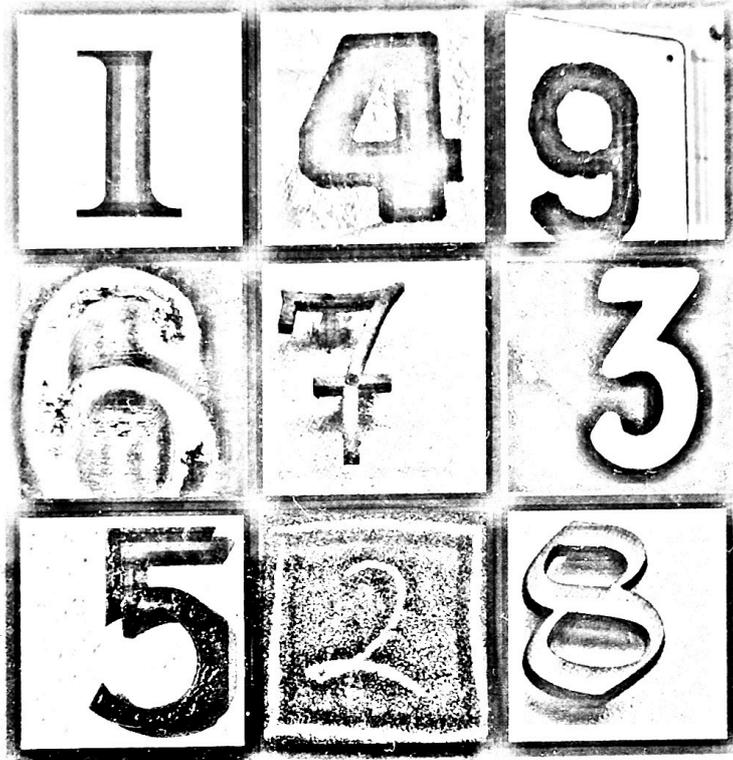


Luiz Carlos Pais



Ensinar e aprender  
**Matemática**

**a.**  
**Autôntica**

Copyright © 2006 by Luiz Carlos Pais

CAPA

*Victor Bittow*

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA

*Conrado Esteves*

REVISÃO

*Dila Bragança de Mendonça*

---

Pais, Luiz Carlos

P149e Ensinar e aprender Matemática / Luiz Carlos Pais . —  
Belo Horizonte : Autêntica , 2006.

152 p.

ISBN: 85-7526-221-1

1. Matemática. 2. Educação. I. Título.

CDU 51

37

---

Ficha catalográfica elaborada por Rinaldo de Moura Faria – CRB6-1006

2006

Todos os direitos reservados pela Autêntica Editora.  
Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida,  
seja por meios mecânicos, eletrônicos, seja por cópia xerográfica  
sem a autorização prévia da editora.

**Autêntica Editora**

**Belo Horizonte**

Rua Aimorés, 981, 8º andar – Funcionários

30170-071 – Belo Horizonte – MG

Tel: (55 31) 3222 6819 – TELEVENDAS: 0800 2831322

[www.autenticaeditora.com.br](http://www.autenticaeditora.com.br)

*e-mail:* [autentica@autenticaeditora.com.br](mailto:autentica@autenticaeditora.com.br)

**São Paulo**

Rua Visconde de Ouro Preto, 227 – Consolação  
01303-600 – São Paulo/SP – Tel.: (55 11) 3151 2272

# Métodos e estratégias de ensino

Métodos, conteúdos, objetivos e estratégias de ensino, de forma integrada, fornecem uma referência para orientar o trabalho docente, mas para explorar a virtualidade da matemática é preciso diversificar os recursos de forma a manter uma coerência entre o método e as estratégias com as quais as ações são implementadas.

(Prospecto do Método)

A presença da Matemática na educação escolar resulta da convergência das diversas fontes de influência da transposição didática, as quais indicam para o professor, além dos conteúdos, os objetivos, os métodos, os recursos e as estratégias. Esses elementos do sistema didático, de uma forma ou de outra, estão presentes em todas as aulas. Entre os componentes do sistema didático, serão destacados neste capítulo, os aspectos referentes à dimensão metodológica. De início, destacamos a existência de uma nebulosa em torno de vários termos aparentados: métodos, metodologias, estratégias, procedimentos, técnicas, dinâmicas, entre outros. Embora alguns desses termos sejam usados como sinônimos na linguagem corrente, pensamos que é conveniente destacar pelo menos algumas conexões entre uma referência mais ampla, ou seja, uma visão filosófica defendida pelo professor e suas manifestações práticas no âmbito da sala de aula, sem pensar em fazer separações entre referência teórica e prática. As estratégias de ensino são procedimentos adotados pelo professor para conduzir as atividades em sala de aula, no entanto, não estão limitadas a esse ambiente. Por esse motivo, iniciamos este capítulo pelo que entendemos ser a articulação entre o método e as estratégias de ensino.

## Método e Estratégias de Ensino

O termo *método* nem sempre é utilizado com um sentido único, quer seja na prática pedagógica quer seja na pesquisa educacional. Por esse motivo, é preciso distinguir, pelo menos, duas maneiras de utilizá-lo, e elas contribuem no esclarecimento de questões didáticas da educação matemática. São sentidos articulados entre si, mas não devem ser identificados pelo professor. Em um sentido mais amplo, escolher um método significa fazer opção por um paradigma, por uma filosofia por meio da qual acredita ser possível entender a elaboração do saber, incluindo uma visão de mundo balizada por referências históricas. A partir dessa visão, cada método tem suas categorias, seus principais conceitos, com os quais o professor passa a interpretar sua prática e suas referências teóricas. Quando é feita essa opção, resta construir os procedimentos compatíveis com sua aplicação prática.

Tais procedimentos dizem respeito às estratégias de ação com as quais o professor espera chegar aos objetivos implícitos na opção metodológica. Entretanto, a natureza do trabalho didático não permite determinar todos os detalhes dos passos a ser seguidos. No transcorrer de uma aula normalmente surgem oportunidades para estender os filamentos da didática, criando momentos para destacar aspectos interessantes. Esse acontecimento pode exigir a redefinição de estratégias previstas no planejamento inicial, visando aproveitar a oportunidade. O método e as estratégias são, portanto, componentes didáticas que deveriam ser analisados em todas as disciplinas do curso de formação do professor. Dessa forma, por uma questão de coerência, o método não pode ser trocado com a mesma frequência dos procedimentos. Somente as crises motivam o rompimento de uma visão antiga e a instalação de um novo paradigma.

Estudo em grupo, leitura de texto, aula expositiva, debates, manipulação de materiais didáticos, atividade realizada no laboratório de informática, pesquisa estruturada na Internet, excursões, exposição oral do aluno, resolução de problemas, pesquisa na biblioteca, feira de ciências são estratégias através das quais é possível contemplar a valorização das multiplicidades e das linhas de articulação na prática educativa. Para maior clareza, é preciso ser vigilante quanto à coerência entre o método e as estratégias adotadas. A escolha de estratégias compatíveis com o método amplia as possibilidades de uma realização mais proveitosa dos objetivos, já que considera o processo integrado da educação, inclusive o desafio de aproximação do trabalho coletivo e o atendimento das demais disciplinas.

Escolher um método para orientar a prática pedagógica significa aceitar e praticar um certo número de princípios que atendam as finalidades da educação e as especificidades da disciplina escolar. Isso requer disponibilidade para construir uma coerência entre os pressupostos idealizados e a condução da prática efetiva em que os conflitos aparecem com mais evidência. A busca dessa coerência metodológica inicia na formação básica dos professores e estende-se pela sua vivência pedagógica. Quanto à estruturação das ações metodológicas, dois extremos devem ser evitados: (a) admitir uma estratégia genérica supostamente aplicável a todas as situações; (b) defender a repetição de uma única estratégia específica de uma disciplina, como se existisse uma didática para cada área de conhecimento. Em vez de defender essa visão, preferimos destacar alguns princípios que dizem respeito ao trabalho didático e que estão associados aos aspectos do saber matemático. Nossa intenção é valorizar ações que estimulem o aluno a realizar articulações entre as dimensões teórica, experimental e intuitiva. Para isso, destacamos a noção de *fazer Matemática*, pois através da mesma acreditamos, que através

da Matemática, ser possível implementar as articulações entre representações e conceitos.

### Fazer Matemática na escola

O método e as estratégias de ensino têm a função de contribuir para que o aluno possa fazer Matemática no contexto escolar, sob a coordenação do professor; é uma das finalidades mais expressivas da educação matemática. Para fazer isso, é preciso buscar dinâmicas apropriadas para intensificar as possibilidades de interação do aluno com o conhecimento. A ênfase dessa idéia é dada à valorização das ações do aluno, porque envolve conceitos, proposições, problemas e afasta a concepção de que o saber matemático está preelaborado e pode ser transmitido para o aluno. Fazer Matemática é uma atividade oposta às práticas da reprodução, as quais consistem em conceber a educação escolar como um exercício de contemplação do mundo científico, de onde vem a idéia de transmissão de conhecimentos. Nessa linha da reprodução do conhecimento, o aluno é levado a fazer cópias, repetir definições e treinar padrões. Essa pedagogia da reprodução é um equívoco, ainda mais quando se pretende oferecer condições para que o aluno possa participar do cenário tecnológico, onde as máquinas digitais, cada vez mais, passam a fazer parte das tarefas mecanizadas. É oportuno lembrar o risco de utilizar o suporte tecnológico para incentivar a prática do copiar-colar, cujo sentido se insere na mesma linha da repetição, na qual a falsa visão de ciência e de educação. Pelo contrário, a parte essencial do trabalho didático volta-se para criação de ações através das quais o aluno interage com o conhecimento.

As ações pedagógicas visam favorecer a passagem do plano virtual para o atual, compartilhada por professores e alunos. Seguindo esse entendimento, não ocorre a elaboração

de conhecimentos enquanto não houver essa atualização na consciência do aluno, mas o professor pode propiciar instrumentos para o aluno interagir com esse envolvimento. Em outros termos, o professor proporciona meios pelos quais o aluno é levado a fazer Matemática, no sentido de se envolver efetivamente com o conteúdo e buscar expandir sua autonomia e raciocínio. Por isso, a natureza dessas atividades afasta-se da visão na qual as estruturas são impostas como uma precedência. Como acontece no ensino das demais disciplinas, a educação matemática também envolve transmissão de informações, mas é muito difícil falar em termos de transmissão de conhecimentos, pois estes tomam corpo na vivência do aluno.

Nessa direção está a noção de devolução didática, tratada por Brousseau (1986), segundo a qual o professor deve intensificar as relações no sentido de induzir a devolução de um problema para o aluno, em vez de acreditar na transmissão de conhecimentos. A idéia de devolução busca levar o aluno a realizar um envolvimento direto com o conhecimento. Por esse motivo, admitir que o saber possa ser transmitido é uma visão oposta à atitude de levar o aluno a uma maior interatividade com o saber matemático. Essa devolução tem o sentido de uma transferência consciente de responsabilidade, porque procura envolver o aluno na elaboração de seu próprio conhecimento. A partir desse entendimento, a devolução é uma estratégia metodológica na qual o professor age de tal forma que o aluno aceite o desafio de se envolver com o problema.

Se aceita o desafio, o aluno inicia a expansão da experiência cognitiva. O sentido dessa devolução pertence à linha construtivista, pois pressupõe uma interação diferenciada do aluno e do professor com o conhecimento. Se a transmissão de informações é uma condição para a formar conhecimentos, deve haver um destaque diferenciado para a produção do saber através do envolvimento do aluno. Além de trabalhar

com a preservação dos saberes escolares, é preciso proporcionar oportunidades para que o aluno expresse seu raciocínio, desenvolva argumentos e explicithe seus algoritmos espontâneos. Nada disso isenta da tarefa de trabalhar com os conteúdos curriculares, preservados pelo movimento da transposição didática. Nesse domínio, converge uma dupla exigência: (a) trabalhar com os conteúdos clássicos; (b) desenvolver competências pertinentes à atualidade. Não se trata de comparar o trabalho do aluno com a produção do saber matemático, comparação inadequada que releva um equívoco na compreensão de parte das regras do contrato didático usual da educação matemática. Nesse sentido toma corpo a idéia de fazer Matemática no contexto escolar.

### Importância da ação do aluno

Valorizar estratégias pelas quais o aluno pode fazer Matemática implica identificar esquemas de ação próprios do seu raciocínio. Um esquema de ação é composto por um conjunto de ações praticadas pelo aluno na resolução de certo problema ou ampliação de suas concepções quanto a determinado conceito. Essa noção é importante porque permitiu ao professor entender a lógica das ações realizadas pelos alunos. A partir do reconhecimento dessas ações, tem-se a possibilidade de iniciar o desvelamento do fenômeno cognitivo. Tal reconhecimento acontece quando observamos o grau de interatividade do aluno diante de uma situação-problema ou da compreensão de um conceito. Vergnaud (1996) ressalta a importância de perceber as formas invariantes com as quais o aluno interage com a resolução de um problema, organizando suas ações diante de uma classe de situações voltadas para a aprendizagem de um conceito.

Nesse caso, a aprendizagem do conceito evidencia o uso de esquemas, idéia associada a uma classe de situações.

de natureza experimental ou teórica. Vergnaud observa ainda que Piaget foi pioneiro no trabalho com a noção de esquema. Suas pesquisas visavam identificar e compreender procedimentos utilizados por crianças diante de problemas propostos com uma finalidade específica. Se tais esquemas não forem reconhecidos pelo professor, fica difícil decidir se o aluno está ou não fazendo Matemática. Para levar o aluno a se envolver com o saber é preciso desenvolver atividades que multipliquem as articulações possíveis internamente entre os diferentes temas da Matemática, entre as várias maneiras de representar o conhecimento, entre o saber escolar e os conhecimentos do cotidiano e assim por diante. Dessa maneira, é possível prever um grande número de esquemas, mostrando que a aprendizagem acontece também em função do tempo vivenciado pelo aluno e não somente nos momentos abstratos previstos no planejamento didático. As ações didáticas tornam-se mais ricas, quando as idéias embrionárias, os algoritmos espontâneos e os esquemas são explicitados pelo aluno e reconhecidos pelo professor. A partir dessa interatividade pedagógica mais qualitativa é possível, então, levar o aluno a fazer Matemática no contexto escolar.

As idéias matemáticas em fase de gestação, as quais são expressas pelo aluno através de seus esquemas, podem ser associadas aos teoremas-em-ação. Esta noção é descrita por Brousseau (1994) para denominar certos conhecimentos que os alunos expressam e que se encontram em plena fase de elaboração. São concepções que ainda não estão plenamente estabilizadas, mas que o aluno consegue aplicar para resolver problemas. A identificação de tais idéias, por parte do professor, significa um avanço qualitativo no trabalho didático. Assim, as ações devem entrar em sintonia com a pesquisa de estratégias,

interligando três componentes do sistema didático: aluno, professor e conhecimento, sem perder de vista as especificidades do nível considerado. Quando é possível estabilizar tais condições, a valorização dos teoremas-em-ação e a transformação do conhecimento reforçam a idéia de o aluno fazer Matemática, visando a expansão do significado de suas ações. A princípio, esse nível de exigência qualitativa pode parecer além das condições de trabalho da maioria dos professores, mas, por outro lado, oportuniza uma prática voltada para a pesquisa, descortinando novos horizontes.

É possível identificar situações em sala de aula nas quais o aluno revela um domínio parcial de uma propriedade ou de um conceito e que podem ser interpretadas à luz dessas idéias pedagógicas, seja fazer matemática, seja devolução e os teoremas-em-ação. Esses são os momentos para implementar ações que busquem uma aprendizagem mais significativa. As características da fase de gestação de um conceito nem sempre são reconhecidas pelo professor. Ainda no que diz respeito às ações do aluno, Muniz (2002) mostra uma série de exemplos de esquemas criados pelos alunos para registrar as primeiras operações aritméticas. Esses esquemas mostram a existência de algoritmos espontâneos, os quais apesar de não pertencerem ao texto oficial da transposição didática, revelam parte da virtualidade contida no pensamento do aluno. O que é considerado por vezes como erro pode revelar até mesmo a existência de um raciocínio criativo, que não foi compreendido pelo professor. Tais exemplos mostram a necessidade de melhor desvelar o raciocínio do aluno. Esse é um desafio didático através do qual o professor se aproxima da fase de gestação do saber. Para estimular o aluno a fazer Matemática e revelar seus esquemas, todos os momentos pedagógicos devem ser aproveitados para levá-lo a envolver-se com os conceitos.

## Expandir competências

Outra noção ligada à questão metodológica são as competências, pois em função das categorias priorizadas pelo método, desenvolvem-se diferentemente certos atos em detrimento de outros. De maneira geral, as estratégias de ensino tem o propósito de criar atividades através das quais o aluno possa expandir suas competências, em sintonia com às diferenças individuais e com as metas curriculares. Não basta impor conteúdos sem respeitar as diferenças, assim como não basta tratar das diferenças sem atentar para as referências históricas do saber. São as articulações entre essas atitudes que caracterizam o fazer pedagógico. A diversidade da sala mostra diferentes níveis de raciocínio, observação, argumentação, análise, comunicação de idéias, formulação de hipótese, memorização e trabalho em equipe. Cada aluno tem melhores condições de atender uma ou outra dessas ações, mas cada uma funciona como porta de entrada para a apreensão do saber. A educação matemática, como as demais disciplinas, participa do desafio de desenvolver competências pertinentes ao cenário tecnológico contemporâneo. Essa questão levamos a refletir sobre as tendências do mercado de trabalho que passa a exigir, cada vez mais, competências opostas à da repetição e da memorização.

É preciso adequar estratégias e métodos para responder a esse desafio e, assim, evitar o distanciamento entre a escola e o mundo tecnológico. Para isso, o que contribui com a expansão do significado do saber escolar é a capacidade de trabalhar com a compreensão de conceitos, algoritmos e modelos, o que se distancia do uso inexpressivo da memória e das práticas da repetição. Em suma, entre os objetivos da educação matemática está a intenção de contribuir no desenvolvimento da capacidade intelectual do aluno, expressa pelas competências de formular hipóteses,

fazer estimativas, realizar cálculos mentais, estabelecer relações, organizar e interpretar dados, resolver e propor problemas, observar regularidades, generalizar ou particularizar afirmações, redigir textos, entre outras. Os resultados das ações educativas aumentam quando tais competências são articuladas entre si: redigir um texto a partir da observação de uma regularidade geométrica; construir uma tabela ou um gráfico a partir da leitura de um texto; formular um problema a partir da compreensão de um conjunto de dados e assim por diante. Entre as competências que podem ser desenvolvidas no ensino da Matemática está o trabalho coletivo, a ser praticado em sintonia com a valorização do plano individual.

Um dos desafios atuais é pensar no que as tecnologias têm de específico e que pertence também à educação matemática. A compreensão de definições, propriedades, algoritmos e a resolução de problemas são competências cuja expansão depende desse entrelaçamento entre o individual e o coletivo. De maneira ampla, saber trabalhar em equipe é uma competência cada vez mais valorizada na sociedade da informação, na qual predomina a tendência de especialização, porém sem perder a capacidade de diálogo entre as diferentes disciplinas. Como entender essa articulação entre competência especializada e sua inserção nos coletivos de trabalho? A formação dessa competência pode ser iniciada no trabalho escolar; entretanto, corre-se o risco de um entendimento distorcido, quando se pensa que o trabalho coletivo substitui as competências individuais. Pelo contrário, trata-se de um grau mais sofisticado de exigência, porque, além de ter uma sólida formação, o indivíduo é desafiado a interagir em dinâmicas de grupos com pessoas detentoras de outras competências. O mundo digital indica para a educação um conjunto dessas novas condições de produção, veiculação e troca de conhecimentos.

O trabalho em equipe oportuniza a convivência entre os alunos e a troca de informações, além do cultivo da tolerância em relação às diferenças. Além desses componentes, que envolvem relações entre as pessoas, existe a dimensão social da aprendizagem. Quando se trata da inserção dos recursos da informática na educação, a dimensão coletiva do trabalho tem suas possibilidades expandidas, tendo em vista a rapidez e a disponibilidade das fontes de informação digitais. Ainda no sentido de valorizar o trabalho em equipe, Lévy (1993) analisa a existência de uma inteligência coletiva, ampliável em vista do uso racional dos suportes tecnológicos. Quando ocorre convergência de inteligências, o resultado da produção tende a ser superior à soma das produções particulares, como se fosse um milagre da multiplicação de competências. No caso da educação matemática, pesquisa realizada por Sakate (2003) constatou a existência de certa expectativa por parte dos professores que ensinam Matemática, e que já atuam em laboratórios de informática, quanto à potencialidade da articulação dos recursos da informática com o trabalho de equipe, sobretudo, no que diz respeito ao uso didático da Internet para ampliar as fontes de informação. Como no sistema didático, as relações entre professor, aluno e conhecimento são mediadas pelo suporte de vários recursos, não é conveniente generalizar os laços dessas relações; antes é preciso considerar o que existe de específico em cada componente e em cada momento.

### Repetição e criatividade

A valorização de estratégias de ensino mais significativas requer a superação de práticas reprodutivistas por dinâmicas através das quais o aluno possa desenvolver sua criatividade. As práticas da repetição e a valorização da criatividade na educação são temas de interesse para a

melhoria do ensino da matemática. As ações repetitivas aparecem com mais intensidade, quando o aluno é levado a fazer vários exercícios do mesmo tipo, com base em um modelo fornecido pelo livro ou pelo professor. Um conhecido livro didático de Matemática, publicado na década de 1980, serve de ilustração para a dinâmica pedagógica da repetição. No alto de suas páginas de exercícios geralmente aparece um modelo a ser seguido pelo aluno e logo abaixo, frases imperativas como: resolva; faça, multiplique, calcule, some, seguidas de dezenas de exercícios do mesmo tipo, em que a única forma de representação são os números e os símbolos da aritmética. É um material equivocado e deve ser usado apenas como contra-exemplo, pois nega a diversificação das formas de articulação do conhecimento matemático. O resultado desse tipo de atividade é apenas o treinamento incentivado pela crença de que o aluno pode compreender situações próximas do modelo apresentado para depois, aplicar o conteúdo. Felizmente, após a implantação do Plano Nacional do Livro Didático, o caso que acabamos de comentar torna-se cada vez mais raro, pois as diretrizes sinalizam para o que pode vir a ser uma tendência na didática da Matemática.

Outro exemplo de estratégia concebida na ótica da repetição, no que diz respeito à ausência de criatividade e de diversificação de representação, é o caso dos cursos especializados em levar o aluno a treinar cálculos. São empresas cuja proposta é concebida a partir de um pensamento exclusivamente positivista, que não percebeu ainda a necessidade de diversificar os caminhos de elaboração do conhecimento. É preciso refletir sobre o aparente sucesso de tais técnicas de repetição no ensino, pois se trata de uma visão comercial que sobrevive às custas de um fracasso mais profundo, ou seja, aquele da tendência pedagógica que ainda valoriza tais procedimentos. Em decorrência dessa

repetição, o aluno pode até acumular certa habilidade em realizar ações padronizadas. No entanto, é cada vez mais necessário desenvolver a criatividade para participar dos desafios contemporâneos. Ser criativo é buscar soluções diferentes daquelas ditadas pelos manuais.

A interpretação do desafio de minimizar as práticas da repetição e expandir a criatividade passa pelas conexões conflituosas entre a unidade e a multiplicidade. Se, por um lado, a repetição fundamenta-se na unicidade de um modelo, por outro, a criatividade exige a busca de caminhos múltiplos para se obter uma solução inovadora. Entretanto, tal como acontece com os seres vivos, não há geração espontânea em termos de aprendizagem. Uma produção criativa resulta do envolvimento efetivo do sujeito com o objeto de estudo. Daí a pertinência de destacar a ameaça de uma incongruência: por um lado, repetições e modelos preenchem parte das atividades de ensino; por outro, o cenário tecnológico exige uma performance diferenciada em termos de criatividade. A resolução de problemas e a formação de conceitos exigem a competência de conhecer pequenas máquinas de repetição e ter criatividade para propor soluções inovadoras.